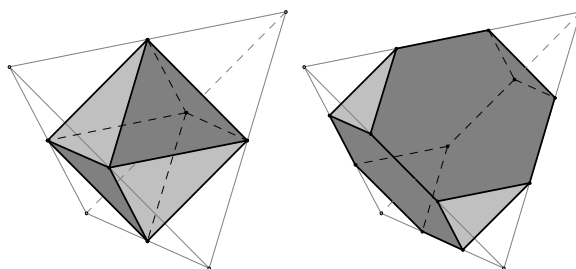


Poliedros regulares truncados

Considera dois tetraedros onde foram efectuados cortes e retiradas pirâmides iguais em cada um dos vértices. Os novos poliedros dizem-se obtidos por truncatura, do tipo I, à esquerda, se cada aresta é cortada a meio, e do tipo II, à direita, se cada aresta é cortada em três partes.

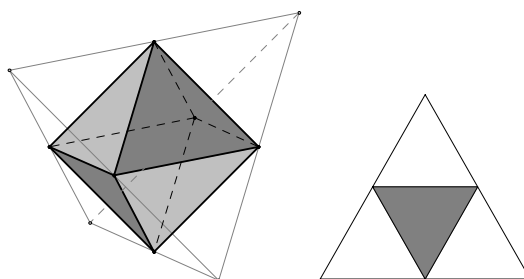


No caso das truncaturas dos tipo I e II, cada vértice do poliedro original determina no poliedro truncado um número de vértices que no máximo é igual à ordem do vértice.

Poliedro	Tipo de faces	Número de faces	Número de vértices	Número de arestas	Ordem do(s) vértice(s)
Tetraedro	Triângulos	4	4	6	3
Truncagem do tipo I	Triângulos	8	6	$12 = 4 \times 3$	3
Truncagem do tipo II	Triângulos e hexágonos	$12 = 4 + 4$	$4 \times 3 = 12$	$18 = 6 + 4 \times 3$	3

Estudo métrico das truncaturas do tetraedro do tipo I

Nas truncagens do tipo I, aplicadas aos sólidos platónicos, obtemos sempre um poliedro de faces regulares.



No caso do tetraedro, a sua face é cortada por três planos que passam pelos pontos médios das arestas, determinando a face do novo poliedro. Resulta que a aresta do poliedro truncado mede $\frac{1}{2}$ da aresta do tetraedro, a área da face do novo poliedro é $\frac{1}{4}$ da área da

face do tetraedro (A_{fT}) e o volume do poliedro truncado é $\frac{1}{8}$ do volume do tetraedro.

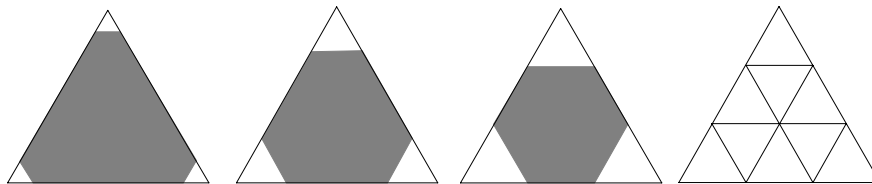
Estas observações são interessantes pois permitem-nos trabalhar rapidamente com problemas concretos. Se quisermos, por exemplo, comparar a área da superfície do poliedro truncado com o poliedro original teremos,

$$\frac{A_{\text{STT}}}{A_{\text{ST}}} = \frac{8 \times \frac{A_{\text{fT}}}{4}}{6 \times A_{\text{fT}}} = \frac{1}{3}$$

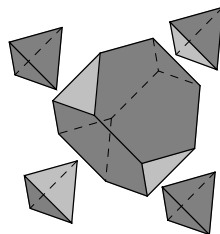
isto é, a área superficial do tetraedro é três vezes superior à área superficial do poliedro obtido por truncatura do tipo I.

Estudo métrico das truncaturas do tetraedro do Tipo II

Contrariamente ao que acontece com as truncaturas do tipo I, aplicadas aos sólidos platónicos, nem sempre obtemos um poliedro de faces regulares neste caso. À semelhança do que realizámos anteriormente observemos os efeitos de truncaturas do tipo II na face do tetraedro:



De facto, só uma das truncaturas do tipo II gera uma face regular. O lado do hexágono regular é $\frac{1}{3}$ da aresta do tetraedro. Descoberta esta relação podemos concluir que, no caso do poliedro truncado regular do tipo II, a área das faces hexagonais é $\frac{2}{3}$ da área da face do tetraedro e, por outro lado, a área das faces triangulares é $\frac{1}{9}$ da área da face do tetraedro.

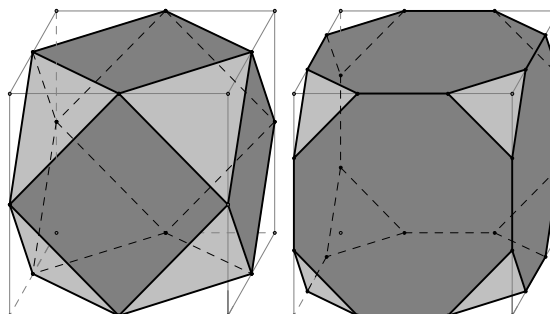


O volume do novo sólido é igual ao volume do tetraedro subtraído de 4 tetraedros mais pequenos. Tente responder às seguintes questões:

- Quantos tetraedros com $\frac{1}{3}$ da aresta do tetraedro inicial existem?
- Qual a razão entre o tetraedro original e o poliedro obtido por truncatura?

Propostas de exercícios

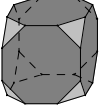

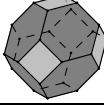
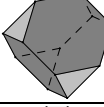
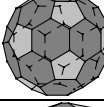
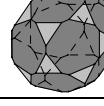

1. Considere as duas truncagens do cubo apresentadas na figura:



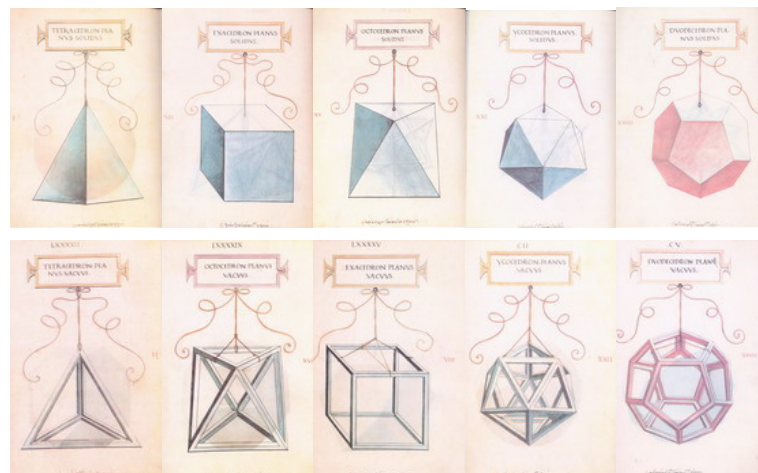
- Explique como se obtém cada uma das truncaturas e preencha a seguinte tabela:

Poliedro	Tipo de faces	Número de faces	Número de vértices	Número de arestas	Ordem do(s) vértice(s)
Cubo					
Truncagem do tipo I					
Truncagem do tipo II					

- Quantas truncaturas do tipo II existem?
 - Se quisermos obter um sólido de faces regulares na truncatura do tipo II, como devemos proceder?
2. Se considerar as truncaturas dos poliedros regulares ou platônicos, obtém alguns dos sólidos arquimedianos. Preencha a seguinte tabela, tendo em conta os sólidos representados.

	Sólidos	Poliedro platónico que lhe dá origem	Tipo de truncatura	Tipo de faces	Ordem do(s) vértice(s)	Característica da Superfície $C(S) = V - A + F$
Poliedros de faces regulares obtidos por truncatura dos poliedros regulares						
						
						
						
						
						
						

3. Estude as gravuras que Leonardo Da Vinci elaborou para ilustrar o livro *De Divina Proportione*, de Luca Pacioli, explorando as que são truncaturas de outros sólidos platônicos.



Estampas do manuscrito ambrosiano *De Divina Proportione*, de Luca Pacioli, da autoria de Leonardo Da Vinci